

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

• $L = \sum_{i=1}^n \{y_i - (ax_i + b)\}^2$ 最小にする a, b は?

$\frac{L}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{y_i^2 - 2y_i(ax_i + b) + (ax_i + b)^2\}$ (展開)

$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i^2 - 2ax_i y_i - 2by_i + a^2 x_i^2 + 2abx_i + b^2)$

$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - 2a \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - 2b \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i + a^2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$
 $+ 2ab \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + \frac{1}{n} n b^2$ (平均) $\left(\sum_{k=1}^m p a_k + q b_k \right) = p \sum_{k=1}^m a_k + q \sum_{k=1}^m b_k$

$= \bar{y}^2 - 2a \bar{x} \bar{y} - 2b \bar{y} + a^2 \bar{x}^2 + 2ab \bar{x} + b^2$ ①

と整理。 a, b を x, y に整理すると

$\frac{L}{n} = b^2 + 2(a\bar{x} - \bar{y})b + a^2 \bar{x}^2 - 2a\bar{x}\bar{y} + \bar{y}^2$
 $= (b + a\bar{x} - \bar{y})^2 - (a\bar{x} - \bar{y})^2 + \bar{y}^2$ ② (平方完成)

と整理。 ② を b 二次関数とみれば、②は

$b = -a\bar{x} + \bar{y}$ ③

a に対して最小値ととる。 ③の最小値 $\frac{1}{n} L_1$ は、

$\frac{1}{n} L_1 = -(a\bar{x} - \bar{y})^2 + a^2 \bar{x}^2 - 2a\bar{x}\bar{y} + \bar{y}^2$
 $= -[a^2 \bar{x}^2 - 2a\bar{x}\bar{y} + \bar{y}^2] + a^2 \bar{x}^2 - 2a\bar{x}\bar{y} + \bar{y}^2$

$= a^2 (\bar{x} - \bar{y})^2 - 2a(\bar{x}\bar{y} - \bar{x}\bar{y}) + \bar{y}^2 - \bar{y}^2$
 $= a^2 \bar{x}^2 - 2a\bar{x}\bar{y} + \bar{y}^2 - \bar{y}^2$ (1.1.1.2式) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2$

$= a^2 \bar{x}^2 - 2a\bar{x}\bar{y} + \bar{y}^2$ ④ と整理

a の 2次式とみて平方完成すると

$\frac{1}{n} L_1 = a^2 \left(\bar{x}^2 - 2a \frac{\bar{x}\bar{y}}{a} \right) + \bar{y}^2$

$= a^2 \left\{ \left(a - \frac{\bar{x}\bar{y}}{a} \right)^2 - \frac{\bar{x}^2 \bar{y}^2}{a^2} \right\} + \bar{y}^2$

$= a^2 \left(a - \frac{\bar{x}\bar{y}}{a} \right)^2 - \bar{x}^2 \bar{y}^2 + \bar{y}^2$ ④

よって ④は $a = \frac{\bar{x}\bar{y}}{a}$ ⑤ a は最小ととる。

(③, ⑤) \Rightarrow ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

⑥の最小値 $= \bar{y}^2 - \frac{\bar{x}^2 \bar{y}^2}{\bar{x}^2} = \bar{y}^2 \left(1 - \frac{\bar{x}^2 \bar{y}^2}{\bar{x}^2 \bar{y}^2} \right) = \bar{y}^2 (1 - r^2)$ ⑥

⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

$y - \bar{y} = a(x - \bar{x})$ $a = \frac{\Delta_{xy}}{\Delta_x}$

② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

$y - \bar{y} = \tilde{a}(x - \bar{x})$ $\tilde{a} = \frac{\Delta_y}{\Delta_{xy}}$ (P60F)

(P) a と \tilde{a} は同符号。

(Y) $\frac{\tilde{a}}{a} = r^2 \leq 1$ $\left(\frac{\frac{\Delta_{xy}}{\Delta_x}}{\frac{\Delta_y}{\Delta_{xy}}} = \frac{\Delta_{xy}^2}{\Delta_x^2 \Delta_y} = \frac{\Delta_{xy}^2}{\Delta_x^2 \Delta_y} \right)$

(B) $\Delta_{xy} > 0 \Rightarrow 0 \leq a \leq \tilde{a}$

$\Delta_{xy} < 0 \Rightarrow 0 \geq a \geq \tilde{a}$

(E) $r = \pm 1$ は \square の場合

