問題用紙 第 13 回

- 二項分布 $X \sim B(n,p)$:
  - 1 回の成功確率が p である試行を独立に n 回繰り返したときの成功する回数 $= X$
  - $P(X=k) = {}_nC_k p^k (1-p)^{n-k}$, $E(X) = np$, $V(X) = np(1-p)$
- ポアソン分布 $X \sim P(\lambda)$:
  - 一定間隔の時間内に平均 λ 回起きる現象の起きる回数 X の分布
  - p が小さくて n が大きい場合の $B(n,p)$ の近似 $(B(n,p) \fallingdotseq P(np))$
  - $P(X=k) = \dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, $E(X)=\lambda$, $V(X)=\lambda$

[1] 次の問いに答えよ。なお、分数や小数の累乗や分数乗、および e の累乗は計算しなくてよい。

(1) 日本の落雷死亡者が年間 20 人であり、どの月もほぼ同じ割合であるとき、12 月の落雷死亡者数 X の分布と、X の平均値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

1月平均 $\frac{20}{12} = \frac{5}{3}$ より $X \sim P(\frac{5}{3})$ ← ポアソン ← 一定期間で平均ある回

$E(X) = \frac{5}{3}$, $V(X) = \frac{5}{3}$

(2) ある町では 1 ヶ月に平均 3.0 個の流れ星が観測できるとする。半月で観測できる流れ星の個数を X とするとき、X の分布と、半月でひとつも観測できない確率 p を求めよ。

ポアソンのP

半月の平均は $\frac{3.0}{2} = 1.5$ ∴ $X \sim P(1.5)$

確率のp

$p = P(X=0) = \frac{\lambda^0}{0!}e^{-1.5} = e^{-1.5}$ $(= 0.223)$

(3) ある占い師には平均して 1.5 時間に 1 人の客が来るという。この占い師が 4 時間営業したときに来た客の数を X とするとき、X の従う分布と、客の数が丁度 2 人である確率 p を求めよ。

1.5時間に1人 ⇔ 1.5λ 時間に λ人 (平均) より

$1.5\lambda = 4$, $\lambda = \frac{4}{1.5} = \frac{40}{15} = \frac{8}{3}$ ← 4時間の平均人数 ∴ $X \sim P(\frac{8}{3})$

$p = P(X=2) = \frac{\lambda^2}{2!}e^{-\lambda} = \frac{1}{2}(\frac{8}{3})^2 e^{-\frac{8}{3}} = \frac{32}{9}e^{-\frac{8}{3}}$ $(= 0.247)$

(4) 平均して 120m あたりに 1 個の傷がある磁気テープの、800m 1 巻のテープに含まれる傷の数を X とするとき、X の分布と、テープの傷が 1 個以下である確率 p を求めよ。

120m に1個 ⇔ 120λ m に λ個, $120\lambda = 800$ とすると

$\lambda = \frac{800}{120} = \frac{80}{12} = \frac{20}{3}$ ← 800mの平均個数 ∴ $X \sim P(\frac{20}{3})$

$p = P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = e^{-\lambda} + \frac{\lambda}{1}e^{-\lambda} = (1+\frac{20}{3})e^{-\frac{20}{3}} = \frac{23}{3}e^{-\frac{20}{3}}$ (0.0098)

(5) ある小路に 1 時間で平均 2.5 台の車が通るとき、その小路に 2 時間で通る車の台数 X の分布と、車が 2 台以下しか通らない確率 p を求めよ。

2時間平均 5.0台. ∴ $X \sim P(5.0)$

$p = P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$

$= e^{-\lambda} + \frac{\lambda}{1}e^{-\lambda} + \frac{\lambda^2}{2}e^{-\lambda}$

$= (1 + 5 + \frac{25}{2})e^{-5}$

$= \frac{37}{2}e^{-5}$ $(= 0.125)$

正答数 ☐ 時間 ☐ : ☐