

問題用紙 第 12 回

• 平均、分散の性質

- $Y = aX + b$ のとき (a, b : 定数) $E(Y) = aE(X) + b$, $V(Y) = a^2V(X)$
- $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ ($E(X_1 + \dots + X_n) = E(X_1) + \dots + E(X_n)$)
- X と Y が独立のとき、 $E(XY) = E(X)E(Y)$, $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$

• 二項分布 $X \sim B(n, p)$:

- 1 回の成功確率が p である試行を独立に n 回繰り返したときの成功する回数 = X
- $P(X = k) = {}_n C_k p^k (1-p)^{n-k}$
- $E(X) = np$, $V(X) = np(1-p)$

[1] 次の確率変数 X が従う確率分布を記号で表し、 X の平均 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

(1) サイコロを 60 回振って、1 の目が出る回数 = X

$$X \sim B(60, \frac{1}{6}) \quad E(X) = 60 \times \frac{1}{6} = 10$$

$$V(X) = 60 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$$

(2) サイコロを 30 回振って、1 または 6 の目が出る回数 = X

$$X \sim B(30, \frac{1}{3}) \quad E(X) = 30 \times \frac{1}{3} = 10$$

$$V(X) = 30 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{20}{3}$$

(3) 50 人の学生のうち、生まれた曜日が月曜日である人の人数 = X

1/7 の確率の試行を 50 回独立に繰り返した成功回数と同じ

$$X \sim B(50, \frac{1}{7}) \quad E(X) = \frac{50}{7}, \quad V(X) = \frac{50}{7} \times \frac{6}{7} = \frac{300}{49}$$

(4) サイコロ 2 個を同時に投げることを 24 回繰り返すとき、2 つとも 6 (6 のゾロ目) になる回数 = X

$$X \sim B(24, \frac{1}{36}) \quad E(X) = 24 \times \frac{1}{36} = \frac{2}{3}, \quad V(X) = 24 \times \frac{1}{36} \times \frac{35}{36} = \frac{2}{3} \times \frac{35}{36} = \frac{35}{54}$$

[2] 次の問いに答えよ。

(5) 最初 x 軸上の 0 にある点 P を、1 回サイコロを振って 1 か 6 なら右に 3 移動し、それ以外なら左に 1 移動する。30 回サイコロを振った後の P の位置を Y とするとき、 Y の平均値 $E(Y)$ を求めよ。(ヒント: 上の (2))

(2) $X \sim B(30, \frac{1}{3})$ とすると $Y = 3X + (-1)(30 - X) = 4X - 30$ と表す。

よって $E(Y) = 4E(X) - 30 = 40 - 30 = 10$

(6) 上の (4) で、 $X = 0$ の確率を求めよ。

$$X \sim B(24, \frac{1}{36}) \text{ より}$$

$$P(X = 0) = {}_{24} C_0 \left(\frac{1}{36}\right)^0 \left(\frac{35}{36}\right)^{24} = \left(\frac{35}{36}\right)^{24} \quad (\div 0.509 > \frac{1}{2})$$

上の (4) は平均は $\frac{2}{3}$ 回だが、1 回もおきない確率は $\frac{1}{2}$ を (1/2) を超えている

正答数 時間 :