

基礎数理 II 補習 No.1

- 数列の極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^p = \infty, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^p} = 0, \quad (p > 0) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \begin{cases} \infty & (a > 1) \\ 0 & (-1 < a < 1) \end{cases}$$

- 不定形

$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ のような形は不定形 \Rightarrow 割り算等でこの形を解消する

- 微分の定義

$$f'(x) = \frac{df}{dx}(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- 微分の性質

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x), \quad (af(x))' = af'(x), \quad (C)' = 0 \quad (a, C \text{ は定数})$$

- ベキ関数の微分

$$(x^n)' = nx^{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1} \quad (\alpha \text{ は任意の実数})$$

[1] 次の極限を求めよ。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{2n-3}$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - n}{n^2 + 1}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{3x+1}$

(5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3-3x}{x^2-1}$

(6) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 2^2}{h}$

[2] 次の関数を微分せよ。

(1) $y = x^2$

(2) $y = 4x^3$

(3) $y = 2x^2 - x + 3$

(4) $y = (x^2 + 3)^2$

(5) $y = (x + 1)(x - 2)$

[3] $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$ を用いて次の関数を微分せよ。

(1) $y = x^{-2}$

(2) $y = 2x^{-1}$

(3) $y = \frac{x^{-1/2}}{3}$

(4) $y = -\frac{\sqrt{x}}{2}$

(5) $y = \frac{2}{x^3}$

(6) $y = \frac{4}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{2x^2}$