問題用紙 第 15 回

- 相関
  - 共分散 $s_{xy} = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}$
  - 相関係数 $r = \dfrac{s_{xy}}{s_x s_y} = \dfrac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\sqrt{\{\overline{x^2} - (\bar{x})^2\}\{\overline{y^2} - (\bar{y})^2\}}}, \quad -1 \leq r \leq 1$
  - 回帰直線 $y = a(x - \bar{x}) + \bar{y}, \quad a = \dfrac{s_{xy}}{s_x^2}$
- 確率分布
  - 離散分布
    - 二項分布 $B(n,p)$: 平均 np, 分散 $np(1-p)$, $\quad P(X=k) = {}_n\mathrm{C}_k p^k (1-p)^{n-k}$
    - ポアソン分布 $P(\lambda)$: 平均 λ, 分散 λ, $\quad P(X=k) = \dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$
  - 連続分布
    - 分布関数 $F(x) = P(X \leq x)$, $\quad$ 密度関数 $f(x) = F'(x)$
    - 正規分布 $N(m, \sigma^2)$: 平均 m, 分散 σ^2, $\quad Z = (X-m)/\sigma \sim N(0,1)$ (標準化)
  - $E(X) = X$ の平均、$V(X) = X$ の分散
    - $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$, $\quad V(X) = E((X-m)^2)\ (m = E(X))$
    - X と Y が独立ならば $E(XY) = E(X)E(Y)$, $V(X+Y) = V(X) + V(Y)$
    - $E(aX+b) = aE(X) + b$, $\quad V(aX+b) = a^2V(X)$

[1] $\bar{x} = 3, \bar{y} = 4, \overline{x^2} = 21, \overline{y^2} = 19, \overline{xy} = 16$ のとき、

(1) 回帰直線を求めよ。

$s_{xy} = \overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y} = 16 - 12 = 4$

$s_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 21 - 9 = 12$, $\quad a = \dfrac{s_{xy}}{s_x^2} = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$

$y = a(x - \bar{x}) + \bar{y} = \underline{\dfrac{1}{3}(x-3) + 4}$

[2] 弓を 100 回射て矢が的に当たる回数を X とし、1 回射て当たる割合は 15% とするとき、

(2) X の従う分布を記号で書け。

$X \sim \underline{B(100, 0.15)}$

(3) X の平均と分散を求めよ。

$E(X) = 100 \times 0.15 = \underline{15}$

$V(X) = 100 \times 0.15 \times 0.85 = \underline{12.75}\ (\fallingdotseq 13)$

$\begin{array}{r} 15 \\ \underline{85} \\ 75 \\ \underline{120} \\ 1275 \end{array}$

[3] 100 年間に大地震が平均 7 回ある地域で、今後 5 年間で大地震がおこる回数を X とするとき、

(4) X の従う分布を記号で書け。

5年間平均 $\dfrac{5}{100} \times 7 = \dfrac{7}{20}$

$X \sim \underline{P\left(\dfrac{7}{20}\right)}\ (= P(0.35))$

(5) X の平均と分散を求めよ。

$E(X) = V(X) = \underline{\dfrac{7}{20}}\ (= 0.35)$

[4] X が $N(70, 25)$ に従い、$Y = 3(X - 50)$ とするとき、

(6) Y の平均と分散を求めよ。

$X \sim N(70, 25)$ より $E(X) = 70$, $V(X) = 25$

$Y = 3X - 150$ より $E(Y) = 3E(X) - 150 = 210 - 150 = \underline{60}$

$V(Y) = 9V(X) = \underline{225}$

正答数		時間		:	