交通流のセルオートマトンモデルの基本図について

平成 21 年 2 月 12 日

情報電子工学科 4 年
若山 純生

目 次

1 はじめに **1**

2 流体モデル **1**

2.1 流体モデル 1

2.2 基本量 1

2.3 3 つの変数の関係 3

3 セルオートマトンモデル **4**

3.1 セルオートマトンモデルとは 4

3.2 セルオートマトンモデルでの基本量 4

3.3 ルール 184 5

3.4 境界条件 6

3.5 スロースタートモデル 7

4 セルオートマトンモデルのシミュレート **9**

4.1 ルール 184 9

4.2 スロースタートモデル 9

4.3 改良スロースタートモデル 12

5 基本図 **14**

5.1 ルール 184 14

5.2 スロースタートモデル 16

5.3 改良スロースタートモデル 17

6 まとめ **21**

参考文献 **22**

概要

交通流解析には流体モデル、セルオートマトンモデルなどがある。流体モデルは交通の流れを連続した液体のように考えたモデルで、セルオートマトンモデルは道路をセルに分割し、各セル毎に車両の変化を離散的な時間の変化で考えたものである。しかし、セルオートマトンモデルには物理的な理屈がないため、セルオートマトンモデルの評価をする場合、理論の確立している流体モデルと比較する必要がある。だが、この 2 つは、データの型が異なるため、直接比較するのは難しい。例えば、セルオートマトンモデルの基本図を作成し、流体モデルと比較する方法がある。
今回はその比較を行うためのセルオートトンモデルの基本図を作成することを目標とする。本研究室では今までセルオートマトンモデルの基本図を作成するときに厳密な定式化がされていなかった。よって本研究では、セルオートマトンモデルのいくつかのモデルの基本図を式から求めることを目的とする。

1　はじめに

交通流は、さまざまな方法で研究がされている。その方法の中に流体モデル、セルオートマトンモデルという方法がある。流体モデルは、交通の流れを 1 つの大きな流体と考えて解析を行っていく。また、セルオートマトンモデルでは、交通の流れを細かくしていき、交通流を 1 つの個体の車両で考える。

このように、同じ交通流の解析でも、流体モデルとセルオートマトンモデルでは考え方が異なっている。

また、セルオートマトンモデルには理論が弱いと言われ、結果を確認するために、しっかりした理論を持つ流体モデルとの比較が必要になってくる。その比較のために必要な基本図を今回は考えてみる。

2 節では流体モデルの 3 つの基本量とその関係について述べ、3 節ではセルオートマトンモデルの紹介と境界条件について説明する。4 節では各セルオートマトンモデルのルールごとにシミュレートを行い、5 節ではそれぞれのルールの基本図を作成する。

2　流体モデル

2.1　流体モデル

流体モデルは、交通流を連続的な流体として考え、密度、速度、交通量などの関係式に基づき求める。1956 年に Lighthill と Whitham によって考え出され、また、同年に Richards も同じものを提案している。

2.2　基本量

交通流を考える上での基本量が 3 つある。速度、密度、交通量である。この 3 つの量はそれぞれに関係している。

- 速度

  速度とは単位時間当たりの距離の変化を表す量である。単に速度という場合には、単位時間当たりの物体の位置に変化をさす場合が多い。

  道路上を走行している車両を考える。車両の位置が $x_0(t)$ ならば、速度は $dx_0(t)/dt(t)$ で、加速度は $d^2x_0(t)/dt^2$ である。各々の車両の位置を $x_i(t)$ で表すと Fig.1 のようになる。

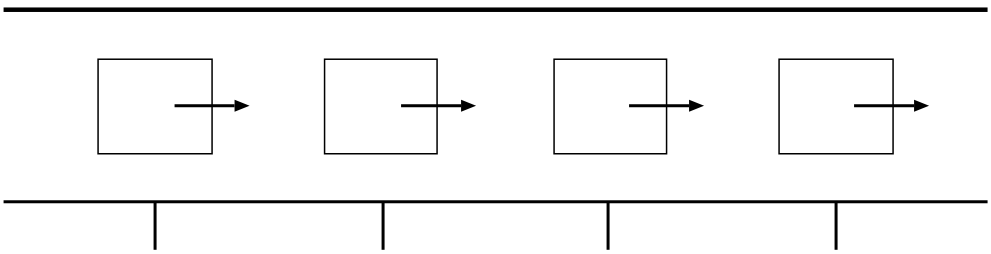

Fig. 1 車両の位置の図

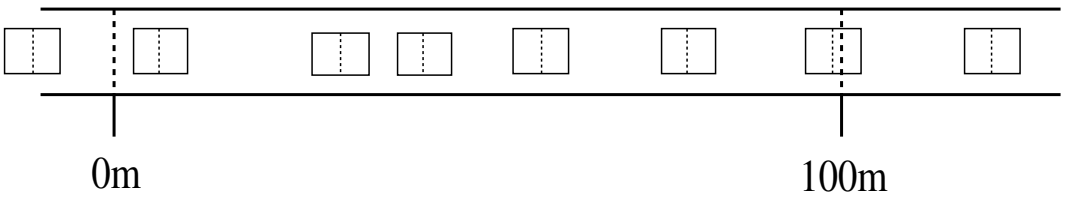

Fig. 2 写真確認のときの全体図

- 密度

  一般的に密度とは、単位体積当たりの質量のことをいう。交通流での密度は、ある時刻に一定の範囲内に何台の車両が存在するかである。

  例えば、ある時刻で道路の写真を撮り、道路の一定の範囲にいる車両を数えたとき、その時刻と場所の密度を知る個とができる。

  範囲の両端で完全に入り切らなかった車両は何らかの決った方法で考慮する。範囲にかかっている量を分数で表したり、車両の中心が入っている場合にのみ数えるなどの方法がある。Fig.2 は中心が入った場合に数えたとき、100m 中に 6 台の車両が存在している。1km 当たりには、60 台となる。

  ここで車両の密度を ρ、範囲を Mkm 、台数を N 台とすると、

  $$\rho = \frac{N}{M}$$

  で表すことができる。以下のような表を考えると、

道路上の区間 (km)	存在する車両の数	1km 当たりの車両数	密度 (台数/km)
$0.00 - 0.25$	10	40	40
$0.25 - 0.50$	7	28	28
$0.50 - 0.75$	15	60	60
$0.75 - 1.00$	8	32	32

  また、車両は連続して存在するとき、前方の車両とある程度の距離が必要になり、

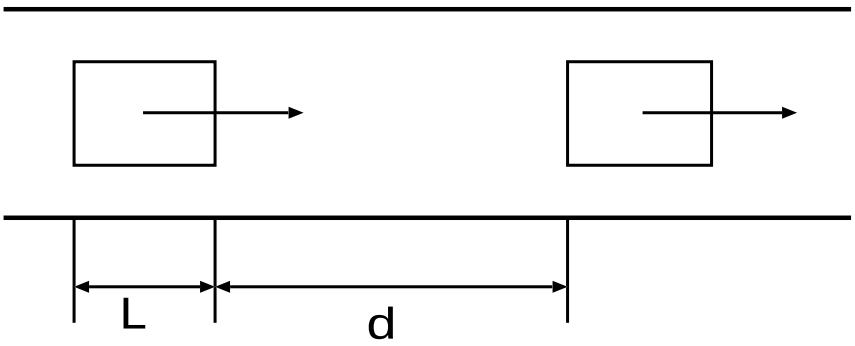

Fig. 3 車間距離の図

これを d、車両の長さを L とすると ρ は

$$\rho = \frac{1}{L+d}$$

と表すことができる。

車間距離の図を Fig.3 に示す。

- 交通量

  交通量を測定する場合、ある位置で観測者が決められた時間内に自身の前を通過した車両の数を調べることで 1 時間当たりの通過台数を計算できる。

  交通量は q で表し、$q(x,t)$ と表せる。

時刻	通過した車両数	1 時間当たりの通過する車両数
$0:00-0:20$	340	1020
$0:20-0:40$	265	1095
$0:40-1:00$	391	1173
$1:00-1:20$	403	1209
$1:20-1:40$	374	1122
$1:40-2:00$	356	1068
2 時間合計	2229	1114.5

  上の表の場合、2 時間分の計測で 1 時間当たりの通過台数を求めることができる。交通量の測定では、観測野位置を固定して行う。

2.3 3 つの変数の関係

速度、密度、交通量にはそれぞれ密接な関係がある。ある道路で全ての車が一定の速度 v_0、一定の密度 ρ_0 で走行している場合、車間距離は一定で、密度は変化しない。t 時間で

各車両は v_0t だけ動くので t 時間内に観測車の前を通過する車両の数は、距離 v_0t 内の車両の数に等しい。各車両は一定の速度で動いているので、移動距離は (速度) $\times$ (時間) となり、t 時間内に観測者の前を通過する車両の数は $\rho_0 v_0 t$ となる。よって、単位時間当たりの交通量 q は

$$q = \rho_0 v_0$$

となる。これは、基本則 (交通量) = (密度) $\times$ (速度) を表す。3 つの基本の変数は x と t に依存して $q(x,t)$、ρ (x,t)、$v(x,t)$ となるので

$$q(x,t) = \rho(x,t)v(x,t)$$

と表すこともできる。

3 セルオートマトンモデル

3.1 セルオートマトンモデルとは

セルオートマトンモデルとは、格子状にセルで構成されていて、各セルは有限である数の内部の状態を時間の経過とともに変化させていく。ここでの時間経過は離散的なもので、ある時間における 1 つの内部状態はそのセルか隣接するセルの内部状態によって決定される。

全てのセルに等しく規則が適用され、時間の経過によって新しいものになると考える。セルオートマトンは時間的な規則を決めることで、色々なモデルを構成することができる。セルオートマトンモデルの中でも、1 直線上にセルを配置したものを 1 次元セルオートマトンといい、あるセルに隣接するセルは 2 つである。

交通流の場合、道路を 1 つ 1 つのセルに分けて、それぞれのセルごとに車両に有無を決める。

3.2 セルオートマトンモデルでの基本量

ここでは、セルオートマトンモデルで交通流を考えた場合の基本量について考える。

- 速度

流体モデルと違い、時間が離散的に変化するので車両の移動距離 $y(t)$ の時間 t の微分

$$y'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{y(t+\Delta t) - y(t)}{\Delta t}$$

で速度を表すことはできない。時間ステップによる更新で移動したセル数が速度となる。平均速度は、時間ステップに幅をとり、その時間の中でどれだけ車両が移動したかをみることで求めることが出来る。

- 密度

  交通密度は、ある時刻に一定の範囲に何台の車両が存在するかで求められる。渋滞しているところや空いているところを見る場合は、狭い範囲で見る必要がある。

  セルオートマトンではセルで考えるため、ひとつのセルに注目して考えたのでは居るか居ないかのどちらかしかない。しかし、幅を広げて考えると渋滞がどこで起こっているか空いているのか分からなくなってしまう。そのため、「N 個のセルの中で i 番目のセルとその隣接するセルの密度」で考える必要がある。

- 交通量

  交通量はある 1 点を通過した車両の数で求めることができる。セルオートマトンモデルでは、時間更新である点を通過があれば 1、なければ 0 という 2 つの値しかとらない。平均交通量を求めるには、時間更新幅の中で、あるひとつのセルを通過する車両の数を調べることで求められる。

3.3 ルール 184

1 次元セルオートマトンのモデルには時間の更新時のセルの変化の方法によってルールが決ってる。

そのなかに、ルール 184 とよばれるルールがある。ここでは、ルール 184 について説明する。

- 1 つのセルの中に位置できる車両は最大 1 台
- 進行方向は x 軸の正方向にとり、1 解の時間の更新で 1 セル分だけ前進する
- 1 つ前のセルに車両が存在したら、次の時間更新で前進できない
- 1 つ前のセルに車両が存在しなかったら、次の時間更新で前進

このルールをもとにすべてのセルで時間の更新が行われる。これを繰り返していくことで解析を進めて行く。

この時間更新のルールに従い、3 つのセルの場合を考えてみる。3 つのセルで行うと初期の配置は 8 パターンになる。今回は、進行方向を右とする。初期の状態を t_0 とし、t_1 の時の中心のセルについて考える。その状態の変化を以下の真理値表に示す。

左のセル	中心のセル	右のセル	t_1 時の中心のセル
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

となる。真理値表の t_1 時の中心のセルの値は、10111000 となり、これを 2 進数と考え 10 進数に変換すると 184 になり、それが「ルール 184」の語源になっている。

3.4 境界条件

セルオートマトンモデルのを実行する際にセルの両端の条件をどうするかという問題がでてくる。これには、境界条件という条件が用いられる。

境界条件には、いくつか種類が紹介する。

- 島状境界条件

  この境界条件の特徴は、セルの空間の範囲外のことを全く考えないことである。進行方向に進み、セルの端まできた場合、その先の範囲外のセルは車両が存在しないと考え進行する。始めのセルの外にも車両が存在しないと考えるため、車両は入って来ない。

  このため、交通流のシミュレートをすると、時間更新が進んでいくと密度が減っていく。Fig.7 は島状境界条件での車両の移動例である。

  島状境界条件だと Fig.7 のように十分な時間の経過があると、全てのセルから車両が存在しなくなる。

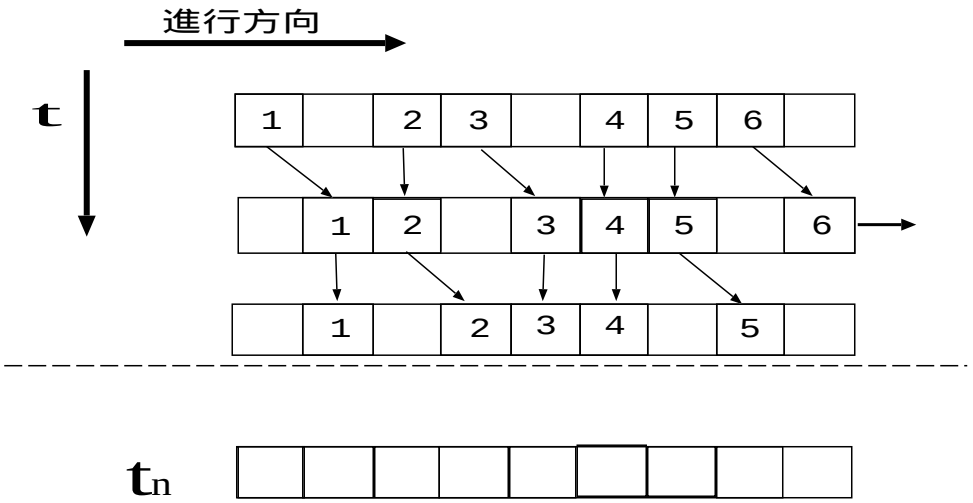

Fig. 4 島状境界条件セルの例

- 周期境界条件

  この境界条件の特徴は、セルの空間の両端が接続されていると考える個とである。進行方向の最後のセルに来た車両は、次の時間更新でセルの空間の最初のセルを前方のセルと考え、進行の条件を適用し、進行する場合は、最初のセルに入る。

  周期境界条件は Fig.5 のようにリング状にセルが繋がっていると考えると分かりやすい。また、車両の移動は Fig.6 のようになる。

- 開放境界条件

  この境界条件の特徴は、最初のセルに車両が入って来る確率と、最後のセルから車両が出ていく確率を与えることである。最初のセルに車両が存在しない場合に確率で次の時間更新でそのセルに車両が入るかを決定する。また、最後のセルでも、そのセルに車両が存在する場合に次の時間更新で車両が存在するか決定する。開放境界条件の例を Fig.7 に示す。

3.5 スロースタートモデル

ルール 184 では、単純過ぎるという問題点が指摘されていた。それを解消するために、1 度止まった車両は、ふたたび動き出すときに動きだしにくいということを考慮したものになっている。

基本の時間更新時のルールは、ルール 184 と同じで、1 ステップ待ってから動き出すルールを追加したものである。

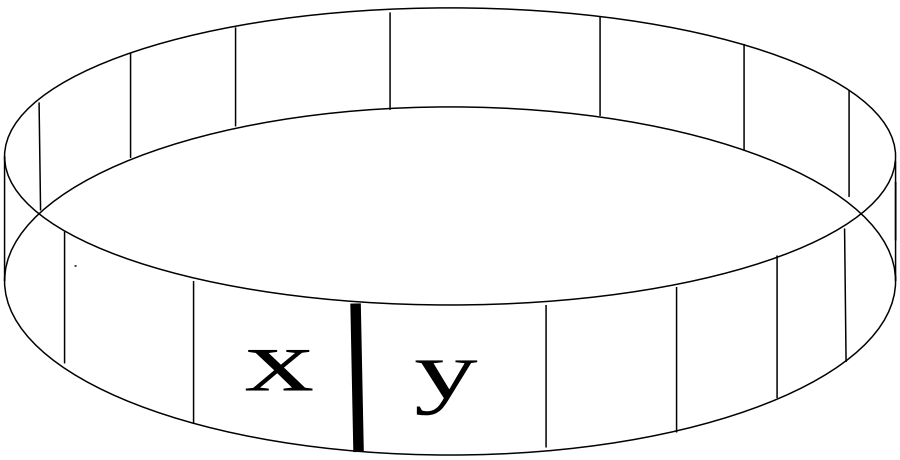

Fig. 5 周期境界条件

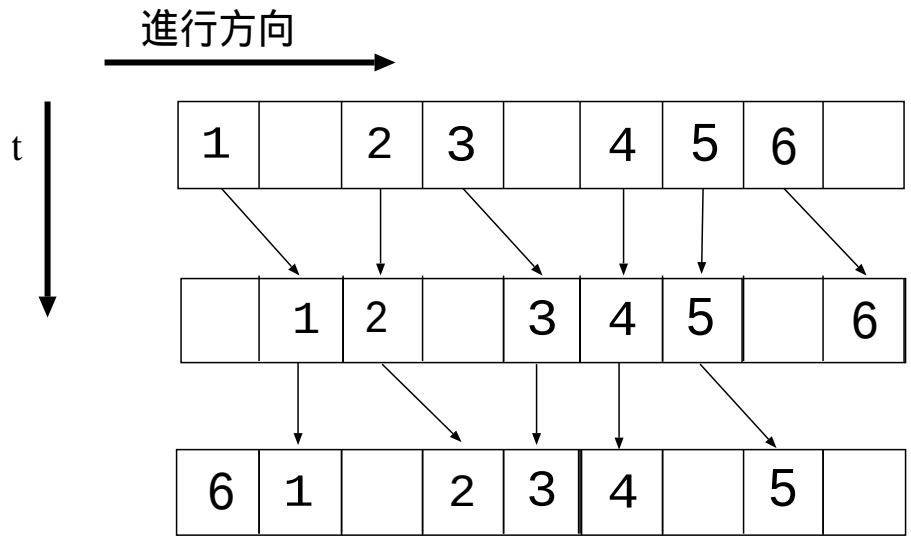

Fig. 6 周期境界条件セルの例

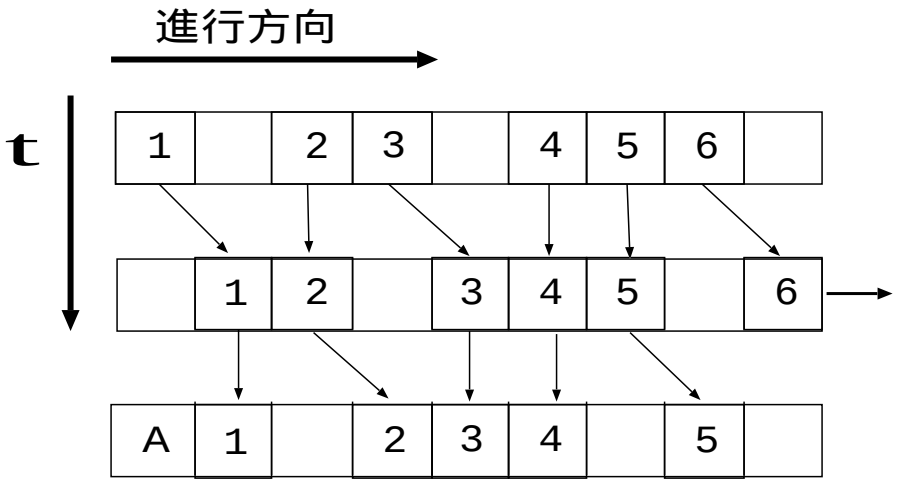

Fig. 7 開放境界条件セルの例

4 セルオートマトンモデルのシミュレート

4.1 ルール 184

ここではルール 184 のシミュレートをする。そのシミュレート結果を Fig.8 に示す。密度は左上から 0.3、中上 0.49、右上 0.5、左下 0.51、右下 0.8 となっている。

渋滞列 (車両が 2 台以上続いている状態) が進行方向とは逆方向に移動し、空白列 (車両のいないセルが 2 つ以上続いている状態) は進行方向と同じ方向に移動する。

過去の研究でセルオートマトンモデルでは、密度 50 は特別な値とされている。密度が 50 未満では、初期の配置で渋滞列と空白列が存在しても、ステップが進むうちに渋滞列と空白列が接触したところで渋滞列が無くなり、空白列のみ存在する状態で安定する。密度が 0.5 では、0.5 以下のときと同じように進み、渋滞列も空白列もない車両と空白のセルが交互に並んだ安定した状態になる。密度が 0.51 以上だと 0.5 未満のときと反対の状態になる。渋滞列のみで安定する。

4.2 スロースタートモデル

ここでは、セルオートマトンモデルのスロースタートモデルについて考える。

まず、スロースタートモデルのステップの更新時の条件について説明する。

スロースタートモデルの特徴は、一度止まった車両がふたたび動き出すのに時間がかか

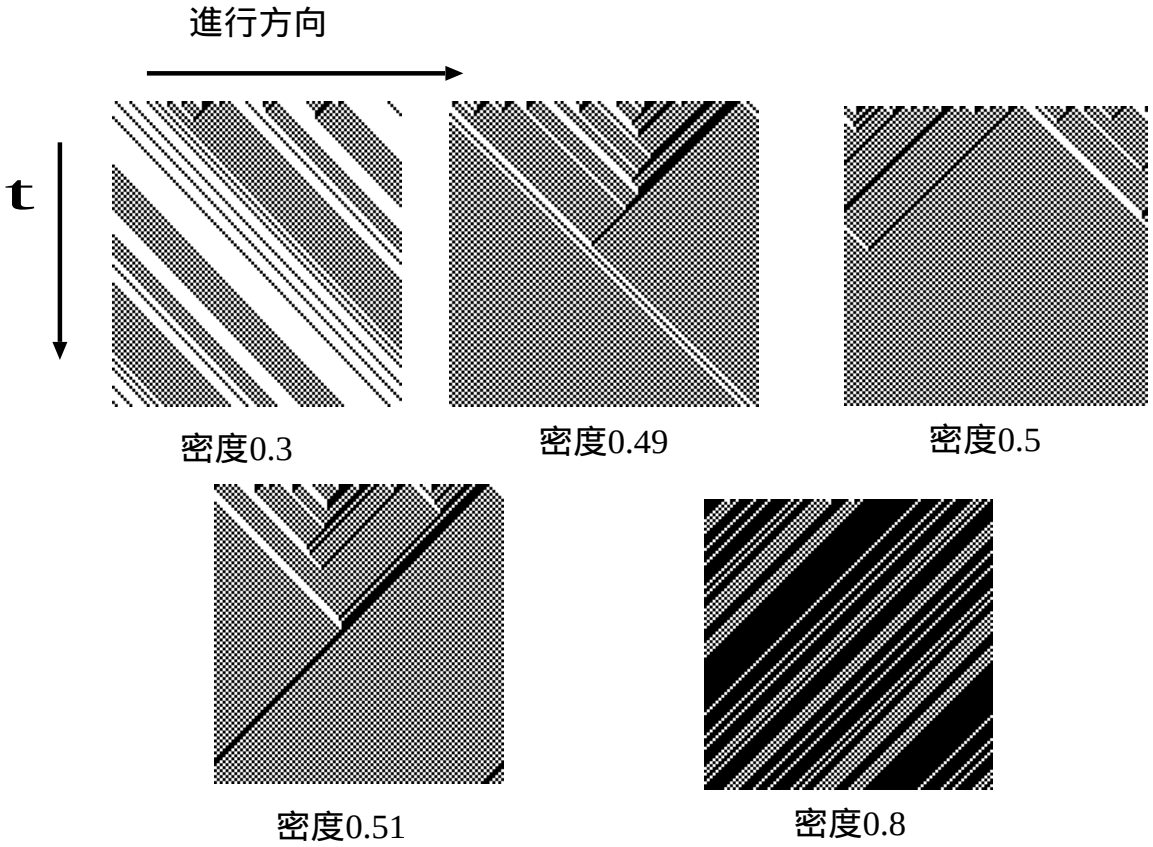

Fig. 8 ルール 184

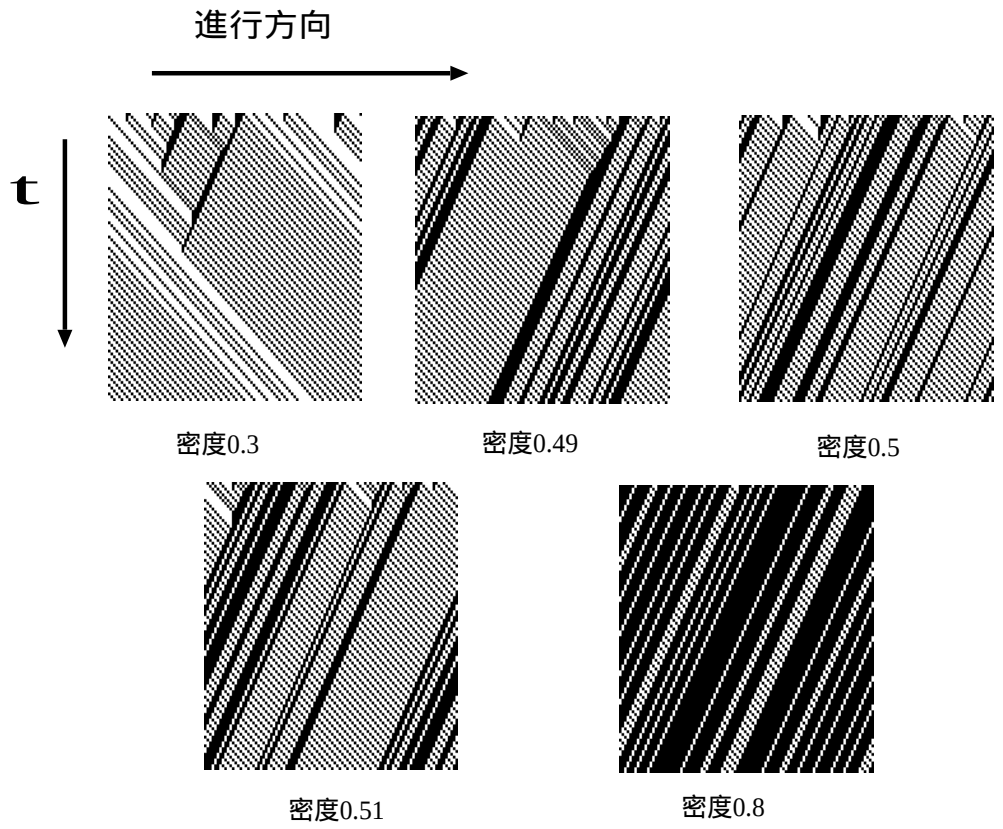

Fig. 9 スロースタートモデル

ることである。これは、ルール 184 の次の条件に加えたものとする。

- 止まっている車両は前のセルが空いてから 1 ステップ待って、その次のステップで前進

そのシミュレート結果を Fig.9 に示す。比較のためにルール 184 と同じ密度で行った。密度は左上から 0.3、中上 0.49、右上 0.5、左下 0.51、右下 0.8 となっている。

スロースタートモデルは、密度の低い状態のシミュレートでは空白列のみで安定する。密度を高くしていくと、今回の密度の設定では密度 0.49 から渋滞列が発生していた。

しかし、1 ステップ待ってからの前進のルールでは初期の配置で渋滞列が発生しなかった場合、以降のステップでもスロースタートのルールが適用されない。そのため、密度 0.5 以下の場合、渋滞列が発生せずに安定する。その結果を Fig.10 に示す。

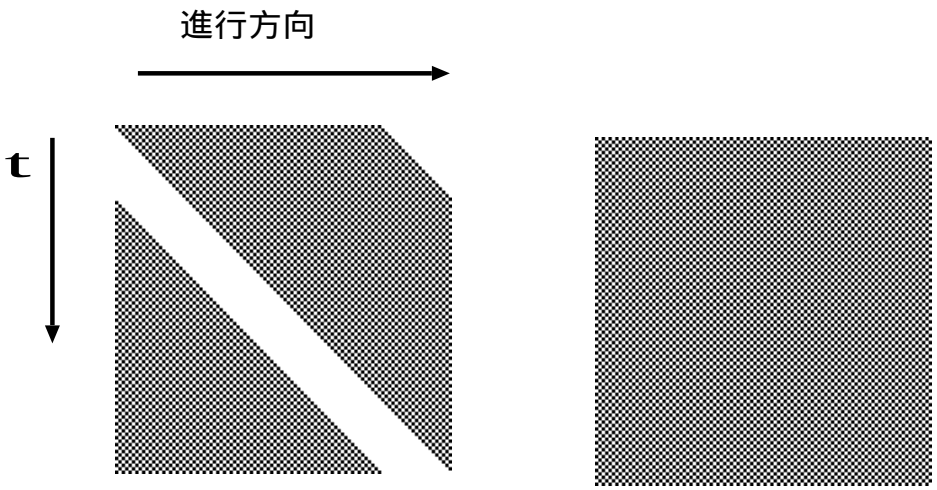

Fig. 10 左密度 40、右密度 50 交互配置

4.3 改良スロースタートモデル

ここでは、松村氏 [4] の改良スロースタートモデルのシミュレートを行ってみる。

改良スロースタートモデルは、名のとおりスロースタートモデルを改良したものである。

以下にスロースタートモデルに追加された条件を示す。

- 速度

  車両は 1 ステップに前の車両の手前まで最大 $Vmax$ セル移動する

- 停止時間

  一度停止した車両は、前のセルが空いて移動可能になっても、STOPNUM ステップ待ってから移動する

ここで、改良スロースタートモデルのシミュレートを行う。

今回のシミュレートは $Vmax = 3$、$STOPNUM = 3$ で行っている。

Fig.11 と Fig.12 はそれぞれ改良スロースタートモデルのシミュレートである。また、Fig.12 では初期配置で渋滞を起こしている。

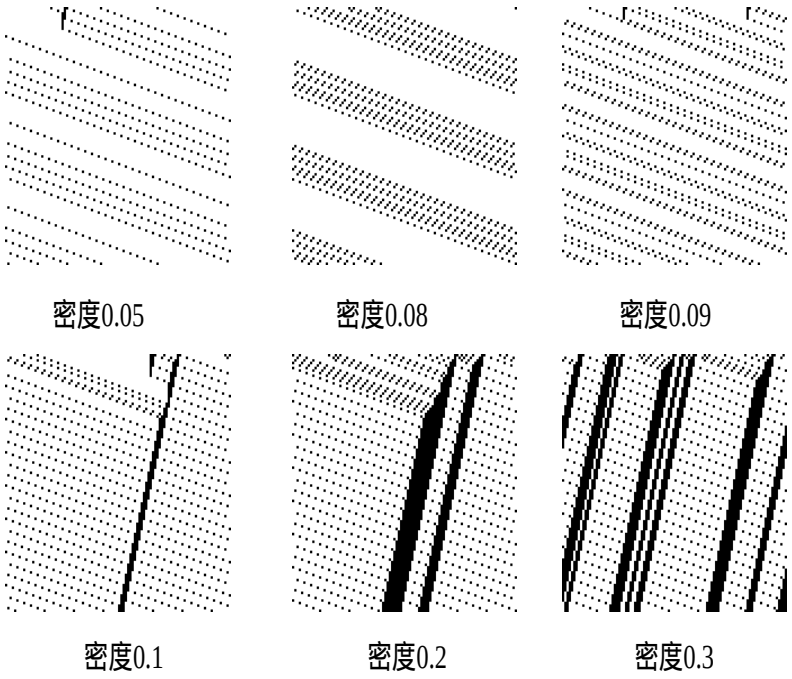

Fig. 11 改良スロースタートモデル

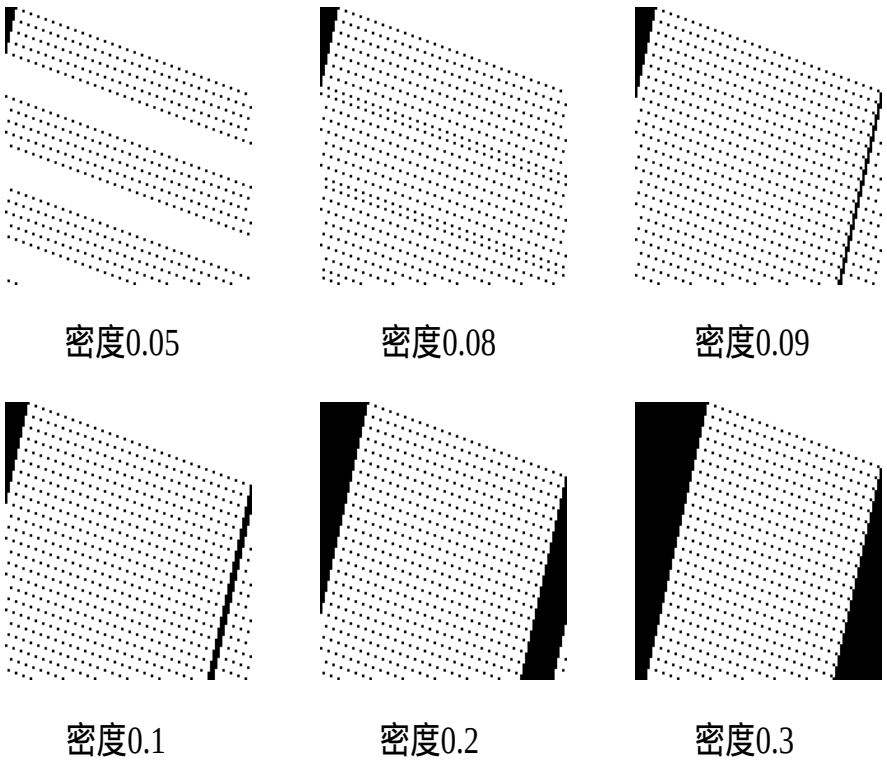

Fig. 12 改良スロースタートモデル (渋滞)

5　基本図

この章では基本的なセルオートマトンモデルの基本図について考察する。基本図とは、密度 ρ と交通量 q の関係式 (グラフ) を意味し、これは交通流モデルの性質を決める基本的な関係式である。

本研究室のセルオートマトンモデルの研究では、あまり理論的に基本図をつくるということをしていなかったようなので、ここでは理論的な基本図を考察する。

今回は全体のセル数を $2N$ 台、車両の台数を M 台とする。

5.1　ルール 184

ルール 184 モデルの基本図について求めてみる。

- $\rho < 1/2$ のとき

  この場合、密度は

  $$\rho = \frac{M}{2N} \tag{1}$$

  であり、4.1 節でみたようにこの場合は全ての車両が動いているので、平均速度は

  $$v = \frac{M}{M} = 1 \tag{2}$$

  となる。よって交通量は、式 (1),(2) より、

  $$q = \frac{M}{2N} \times 1 = \rho$$

  となる。

- $\rho = 1/2$ のとき

  この場合、

  $$M = \frac{2N}{2} = N$$

  なので密度は

  $$\rho = \frac{M}{2N} = \frac{1}{2} \tag{3}$$

であり、4.1 節でみたようにこの場合も全ての車両が動いているので平均速度は

$$v = \frac{M}{M} = 1 \tag{4}$$

となる。よって交通量は、式 (3),(4) より、

$$q = \rho v = \frac{1}{2}$$

となる。

- $\rho > 1/2$ のとき

  この場合、4.1 節でみたようにルール 184 では止まっている車両数は

  $$2(M - N)$$

  また、動いている車両数は

  $$M - 2(M - N) = -M + 2N$$

  となる。よって、密度は

  $$\rho = \frac{M}{2N} \tag{5}$$

  となり、平均速度は

  $$v = \frac{-M + 2N}{M} \tag{6}$$

  となる。式 (5),(6) より、交通量 q を求めると、

  $$q = \rho v = \frac{M}{2N}\frac{-M + 2N}{M} = \frac{-M + 2N}{2N} = -\frac{M}{2N} + 1$$

  よって、(5) より、

  $$q = -\rho + 1$$

  となる。

よって、ルール 184 の場合は

$$q = \begin{cases} \rho & (\rho \leq 1/2 \text{ のとき}) \\ -\rho + 1 & (\rho > 1/2 \text{ のとき}) \end{cases}$$

となるので、これから、基本図を作成すると Fig.13 のようになる。

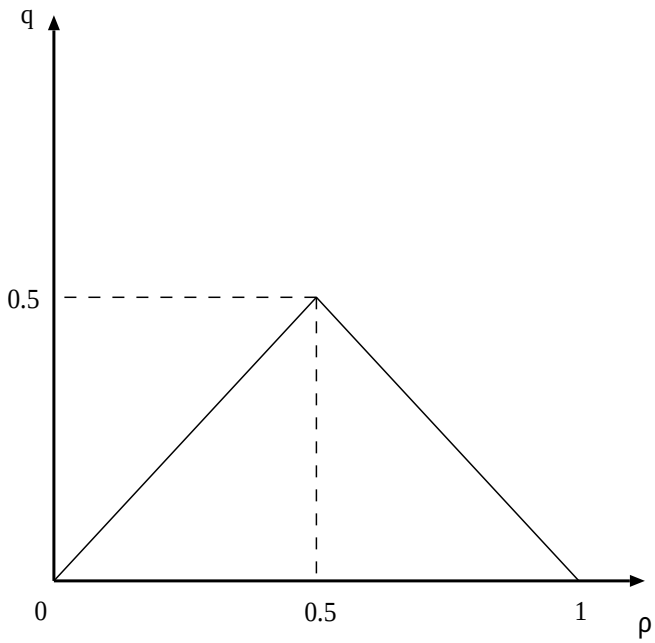

Fig. 13 ルール 184 の基本図

5.2 スロースタートモデル

スロースタートモデルの基本図を考えてみる。

- $\rho < 1/2$ のとき

  スロースタートモデルで、$\rho < 1/3$ の場合、あるいは $\rho \leq 1/2$ で初期の配置で渋滞列が発生しなかった場合、スロースタートのルールが適用されないため、ルール 184 と同じ速度となり、

  $$q = \rho \tag{7}$$

  となる。

- $\rho > 1/3$ のとき

  密度が $\rho > 1/3$ で渋滞列が初期配置で存在する場合、スロースタートモデルでは止まっている車両数は

  $$\frac{N}{2} + \frac{3}{2}(M - N)$$

また、動いている車両数は

$$M - \left\{ \frac{N}{2} + \frac{3}{2}(M-N) \right\} = -\frac{M}{2} + N$$

となる。

よって平均速度は

$$v = \frac{1}{M}\left(-\frac{M}{2} + N\right) = \frac{N}{M} - \frac{1}{2} \tag{8}$$

となる。交通量は式 (8) と、密度 $\rho = M/(2N)$ より、

$$q = \frac{M}{2N}\left(\frac{N}{M} - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{M}{4N} = -\frac{1}{2}\rho + \frac{1}{2} \tag{9}$$

となる。

Fig.14 の点線部分の $\rho \leq 1/3$ の密度では、初期配置で渋滞が存在してもステップが進むうちに渋滞列が解消されいく。このため、$q = \rho$ の基本図と同じ値になる。

これから、基本図を作ると Fig.14 のようになる。

5.3 改良スロースタートモデル

ここでは、改良スロースタートモデルの基本図について考えてみる。

- $0 < \rho \leq 1/(Vmax+1)$ のとき

  この場合は M が $2N/(Vmax+1)$ 以下のであり、全ての車両が最大速度の $Vmax$ で進行可能な初期配置がある。

$$\rho = \frac{M}{2N} \leq \frac{2N}{Vmax+1}\frac{1}{2N} = \frac{1}{Vmax+1} \tag{10}$$

  となるので、全車両の前方に $Vmax$ 以上の空白列がある場合は、全ての車両が $Vmax$ で移動でき、渋滞は起こらない。

  このとき平均速度は

$$v = \frac{M \times Vmax}{M} = Vmax \tag{11}$$

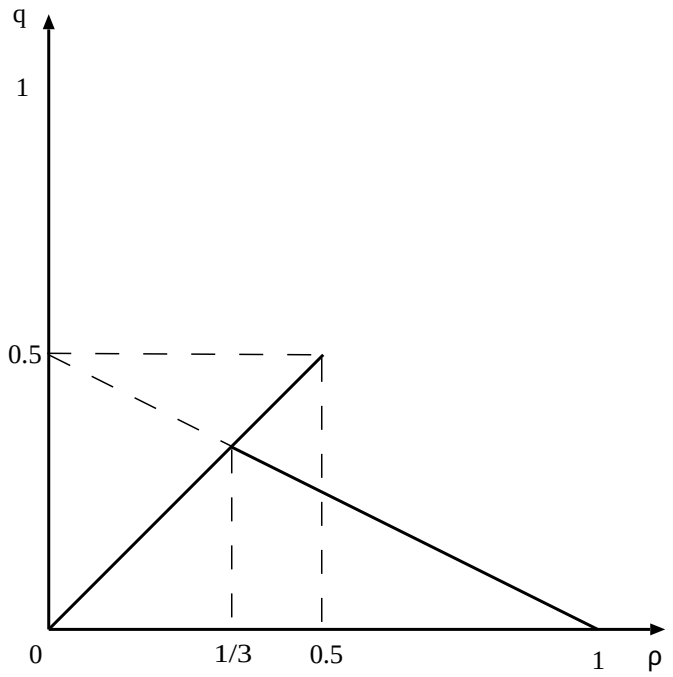

Fig. 14 スロースタートモデルの基本図

であるから、

$$q = \rho v = \rho Vmax$$

となる。このとき、q の最大値 q_{max} は

$$\rho = \frac{1}{Vmax + 1}$$

のときであり、

$$q_{max} = \frac{Vmax}{Vmax + 1}$$

となる。$Vmax$ が大きくなるにつれて q_{max} は 1 に近付いていく。

- $1/(Vmax + 1) < \rho \leq 1/2$ で初期配置で渋滞がないとき

  Fig.15 は、改良スロースタートモデルを密度が $1/(Vmax + 1)$ より大きい値で、初期配置で渋滞が発生しないよう交互に配置した場合のシミュレート結果である。各指定の値は $Vmax = 3$、$STOPNUM = 3$、$\rho = 0.35$ である。

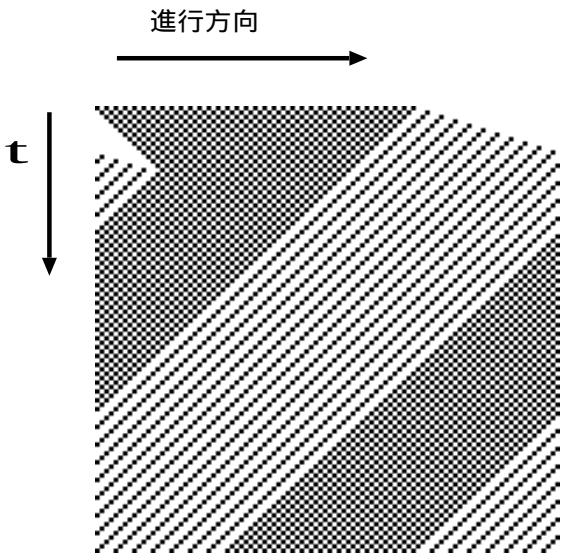

Fig. 15 改良スロースタートモデル交互配置

Fig.15 では、車両の位置をひとつずらすと前の状態の車両の位置と重なる。よって全体として車両は全ての空いているセル分だけ移動したことになっているので、移動数の和は $2N - M$ となる。よって

$$v = \frac{2N - M}{M}$$

となり、これは式 (6) と同じなので

$$q = -\rho + 1$$

となる。

- 渋滞が発生しているとき

  Fig.16 のように渋滞が発生しそれが維持される初期配置だったとき、車両の動くことのできるセル数は $2N - M$ であり、車両が動き出すとき、前方は空いてから $STOPNUM$ ステップ待つので前の車両とは $(STOPNUM + 1)$ に $Vmax$ をかけたセル分だけ離れる。

  このため、動くことのできる車両数は、

$$\frac{2N - M}{Vmax(STOPNUM + 1)}$$

  となる。よって平均速度は、

$$v = \frac{2N - M}{Vmax(STOPNUM + 1)} Vmax \frac{1}{M} = \frac{2N - M}{STOPNUM + 1} \frac{1}{M} \qquad (12)$$

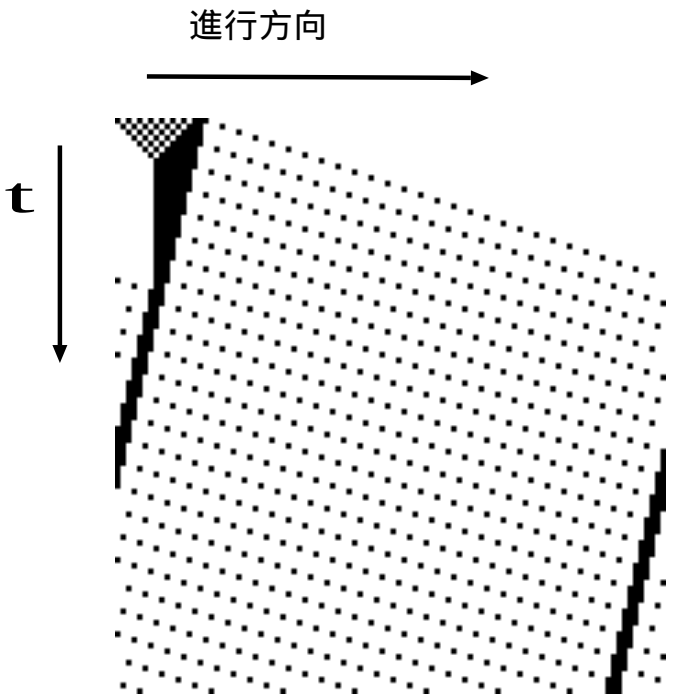

Fig. 16 渋滞の維持される状態

となり、密度は

$$\rho = \frac{M}{2N} \tag{13}$$

なので、よって交通量 q は式 (12),(13) より、

$$\begin{aligned} q = \rho v &= \frac{M}{2N}\frac{2N-M}{STOPNUM+1}\frac{1}{M} \\ &= \frac{1}{STOPNUM+1} - \frac{M}{2N(STOPNUM+1)} \\ &= \frac{1}{STOPNUM+1}(1-\rho) \end{aligned}$$

となる。

Fig.17 は改良スロースタートモデルの基本図である。グラフ上の $STOP$ は $STOPNUM$ を表す。

改良スロースタートモデルの基本図を作ったが、ルール 184、スロースタートモデルとも対応する形になった。ルール 184 を $Vmax = 1$、$STOPNUM = 0$、 スロースタートモデルを $Vmax = 1$、$STOPNUM = 1$ とすれば、それぞれの基本図と対応する形となった。

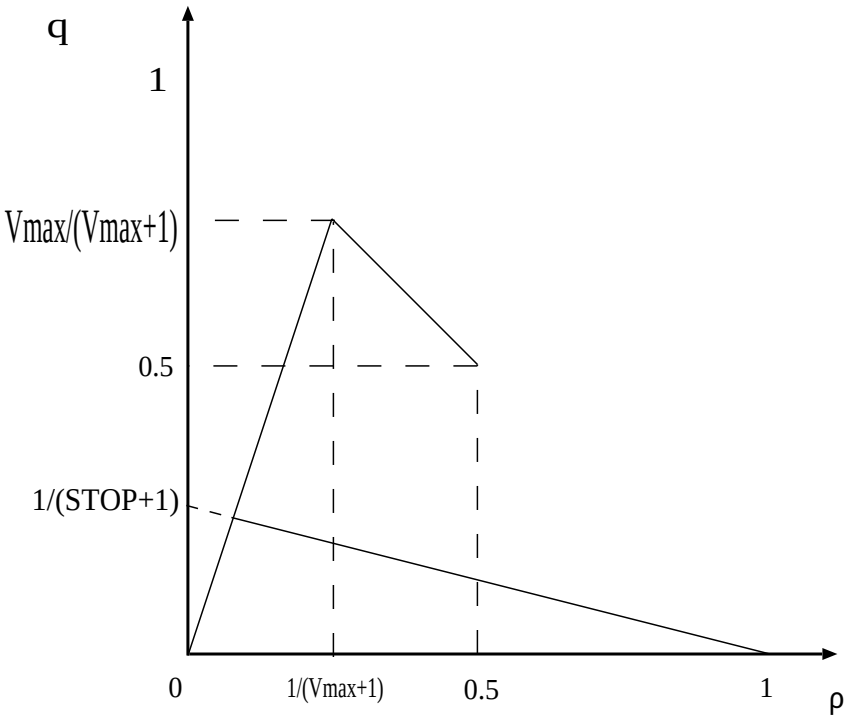

Fig. 17 改良スロースタートモデルの基本図

6 まとめ

今回は、セルオートマトンモデルの基本図の厳密な定式化について研究した。基本図とは、セルオートマトンモデルの評価、流体モデルとの比較をするために必要なものであり、今回はルール 184、スロースタートモデル、また改良スロースタートモデルに対して、式を作り、基本図を求めることができた。

しかし、今回は基本的なセルオートマトンモデルしか考察できなかった。今後の課題として、改良スロースタートモデルでは、前方が空いていれば加速にかかる時間を考えずに $Vmax$ としているが、例えば、徐々に加速するモデルなどを考えることもできるが、その基本図の定式化などがある。また、今回は行わなかったが、作成した基本図を使って流体モデルと比較検討することも今後の課題であろう。

参考文献

[1] 湯川 論: “計算物理学および統計力学的手法をもちいた一次元交通流の研究”, 大阪大学大学院理学研究科修士論文,(1995)

[2] 木原 修: “セルオートマトンモデルによる交通流解析”, 新潟工科大学情報電子工学科卒業論文, (2000)

[3] 宮入 洋介: “交通流解析における流体モデルとセルオートマトンモデルの比較”, 新潟工科大学情報電子工学科卒業論文, (2003)

[4] 松村 智尋: “セルオートマトンモデルによる交通流モデルの基本図について”, 新潟工科大学情報電子工学科卒業論文, (2005)